

Grupa A

1. Odrediti jednačinu tangentne ravni na površ $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$, koja je normalna na pravoj

$$\frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{3}.$$

2. Izračunati integral po glatkom luku koji spaja tačke A i B

$$\int_{\overline{AB}} \left(1 - \frac{1}{y} + \frac{y}{z} \right) dx + \left(\frac{x}{z} + \frac{x}{y^2} \right) dy - \frac{xy}{z^2} dz, \quad A(1,1,1), B(1,2,3), \overline{AB} \subset \{(x, y, z) : x > 0, y > 0, z > 0\}$$

3. Izračunati zapreminu onog dijela lopte $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ koji se nalazi unutar cilindra $x^2 + (y-1)^2 = 1$.

4. Dato je vektorsko polje $\vec{A} = (e^x z - 2xy, 1 - x^2, e^x + z)$. Pokazati da je polje A potencijalno i odrediti mu potencijal. Izračunati integral $\int_L \vec{A} \cdot d\vec{r}$, gdje je L duž PQ, P(0, 1, -1), Q(2, 3, 0), orijentisana od P prema Q.

Grupa B

1. Dokazati da proizvoljna tangentna ravan površi S: $xyz = a^3$ ($a > 0$, konstanta) obrazuje sa koordinatnim ravnima tetraedar stalne zapremine $\left(V = \frac{9}{2} a^3 \right)$.

2. Izračunati integral po glatkom luku koji spaja tačke A i B

$$\int_{\overline{AB}} \frac{zxdy + xydz - yzdx}{(x - yz)^2} \quad A(7, 2, 3), \quad B(5, 3, 1), \quad \left(z \neq \frac{x}{y} \right).$$

3. Izračunati zapreminu tijela koje je ograničeno površima $x^2 + y^2 = y, x^2 + y^2 = 2y, z = y^2, z = 0$.

4. Dato je vektorsko polje $\vec{A} = (2x(y^2 + z^2) + yz, 2y(z^2 + x^2) + xz, 2z(x^2 + y^2) + xy)$. Pokazati da je polje A potencijalno i odrediti mu potencijal. Izračunati fluks vektorskog polja \vec{A} kroz spoljnu stranu polusfere $\Gamma : x^2 + y^2 + z^2 - 2z = 0, y \geq 0$

Stari program:

1. Razviti funkciju $f(x) = \arcsin x$ u Maclaurinov (stepeni) red.

2. Riješiti diferencijalnu jednačinu $y = 2xy' + \frac{1}{2}(y')^2 - 3y' + 2$.

3. Izračunati integral po glatkom luku koji spaja tačke A i B

$$\int_{\overline{AB}} \frac{zxdy + xydz - yzdx}{(x - yz)^2} \quad A(7, 2, 3), \quad B(5, 3, 1), \quad \left(z \neq \frac{x}{y} \right).$$

4. Dato je vektorsko polje $\vec{A} = (2x(y^2 + z^2) + yz, 2y(z^2 + x^2) + xz, 2z(x^2 + y^2) + xy)$. Pokazati da je polje A potencijalno i odrediti mu potencijal. Izračunati fluks vektorskog polja \vec{A} kroz spoljnu stranu polusfere $\Gamma : x^2 + y^2 + z^2 - 2z = 0, y \geq 0$.